



**Zadania na XVII Podkarpacki Konkurs Matematyczny  
im. Franciszka Lejona  
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Finał

22 kwietnia 2017 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Wyznacz wszystkie dodatnie wartości parametru  $m$ , dla których równanie:  $m^2x^3 + mx^2 + x - 7m^2x = 0$  ma trzy różne rozwiązania całkowite.

2. Niech  $a$ ,  $b$ ,  $c$  będą długościami boków trójkąta. Wykaż, że

$$2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right) \geq \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + 3.$$

3. Wykaż, że ułamek

$$\frac{7^{52} - 5 \cdot 7^{39} + 5 \cdot 7^{13} - 1}{7^{26} - 1}$$

jest liczbą całkowitą złożoną.

4. Oblicz pole trapezu, mając dane długość jego wysokości  $h$  oraz długości jego przekątnych  $d$  i  $e$ .
5. Po tej samej stronie prostej  $AB$  zbudowano trzy półokręgi o średnicach  $AB = 2a + 2b$ ,  $AC = 2a$ ,  $CB = 2b$ . Oblicz promień koła wpisanego w figurę ograniczoną tymi półokręgami mając dane  $a$  i  $b$ .

Powodzenia!